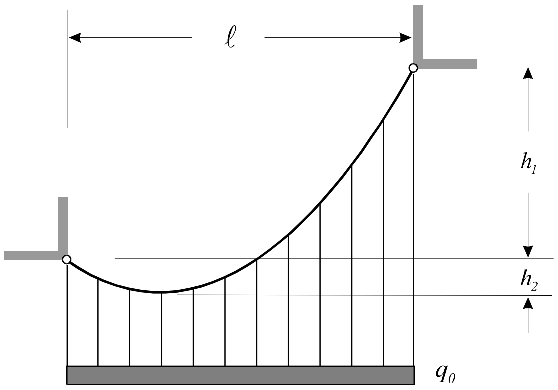
**Friedrich U. Mathiak**

# Übungsaufgaben zu TM II

***Festigkeitslehre***

# 1 Seile und Ketten, Stützlinienbögen

**Aufgabe 1-1**

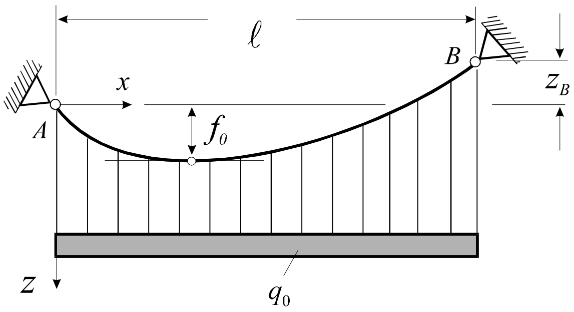



An einem als masselos angenommenen Seil ist ein waagerecht hängender Balken befestigt. Bestimmen Sie:

a) die Gleichung der Seilkurve,
b) den Horizontalzug,
c) die größte Seilkraft $S_{max}$,
d) die Länge des Seiles.

Geg.: $\ell$ = 120m, $h_1$ = 30m, $h_2$ = 10m
$q_0$ = 1kN/m.

**Aufgabe 1-2**

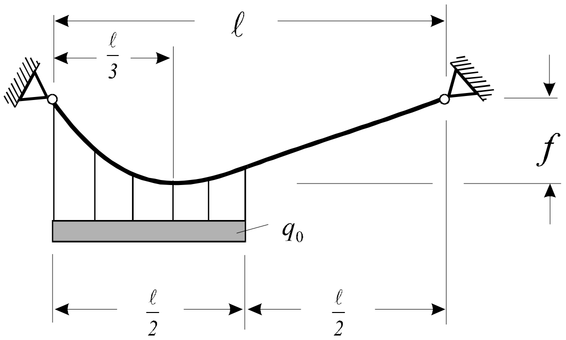



An einem als masselos angenommenen Seil wird ein waagerecht hängender Balken befestigt. Die maximale Seilkraft beträgt $S = S_0$. Bestimmen Sie:

a) die Gleichung der Seilkurve $z(x)$,
b) den Horizontalzug $H$,
c) den größten Seildurchhang $f_0$.

Geg.: $\ell$, $q_0$, $z_B$, $S_0$

**Aufgabe 1-3**

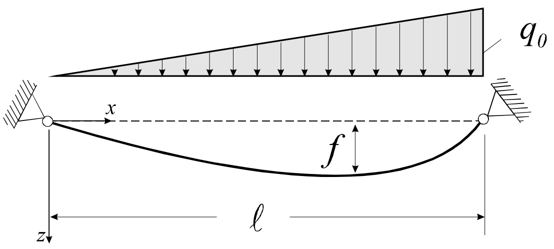



An einem als masselos angenommenen Seil wird im Montagezustand ein waagerecht hängender Balken befestigt. Bestimmen Sie:

a) die Gleichung der Seilkurve,
b) den Horizontalzug,
c) die größte Seilkraft $S_{max}$,

Geg.: $\ell$ = 200m, f = 30m, $q_0$ = 1kN/m.

**Aufgabe 1-4**




An einem als masselos angenommenen Seil mit dem maximalen Seildurchhang $f$ wirkt eine linear verteilte Belastung. Bestimmen Sie

a) die Gleichung der Seilkurve z(x),

b) den Horizontalzug H,

c) die größte Seilkraft $S_{max}$,

Geg.: $\ell = 120\text{m}$, $q_0$ = 1kN/m, f = 10m .

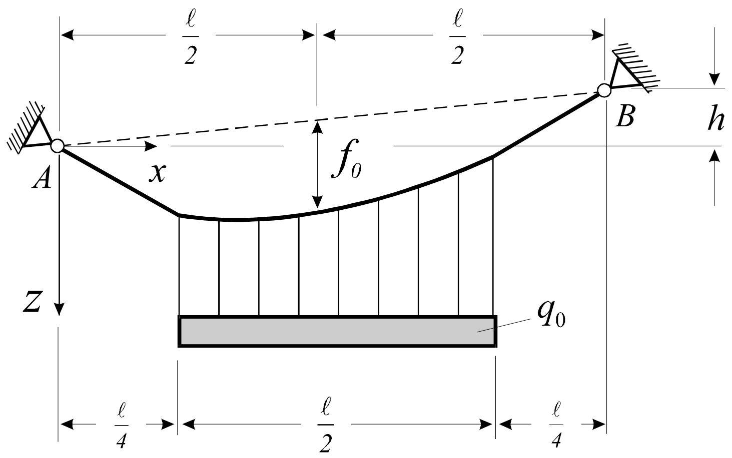
---

**Aufgabe 1-5**

Das undehnbare Tragkabel einer Hängebrücke wird wie skizziert durch eine konstante Linienlast $q_0$ belastet. Bestimmen Sie ohne Berücksichtigung des Eigengewichts:

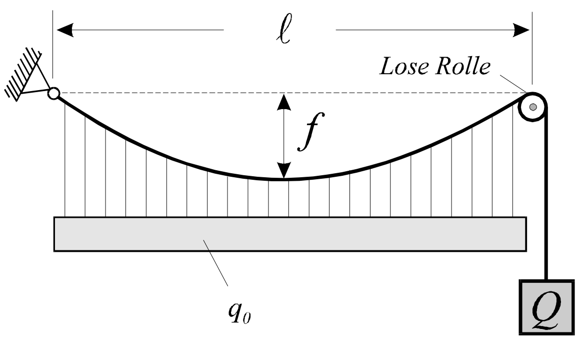
1. die Seilkurve $z(x)$ und
2. den Ort und den Betrag der maximalen Seilkraft.

Geg.: $\ell$, $f_0$, $h$, $q_0$




---

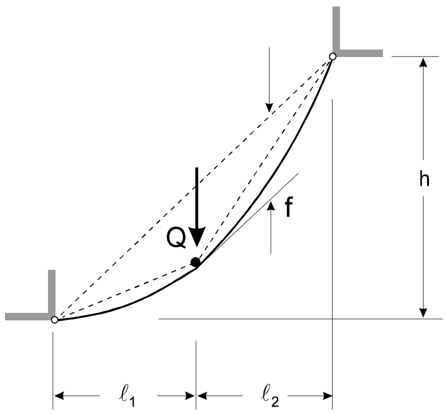
**Aufgabe 1-6**




Eine Fahrbahn hängt an einem durch ein Gegengewicht Q vorgespannten Tragkabel, das als masselos angenommen werden kann. Wie groß muß das Gegengewicht Q gewählt werden, damit das Tragkabel nicht mehr als $f = \ell/8$ durchhängt?

Geg.: $\ell$ = 50 m, $q_0$ = 20 kN/m

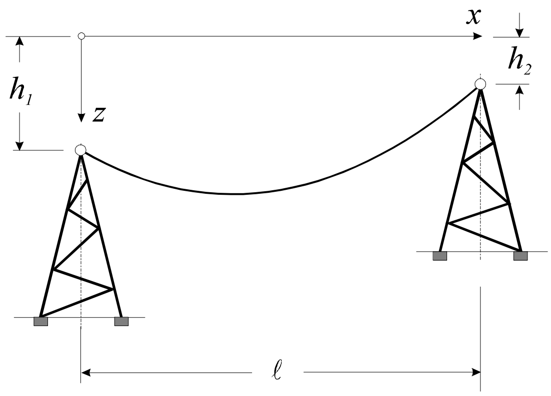
**Aufgabe 1-7**




Berechnen Sie für die angegebene Stellung des Wagens einer Seilschwebebahn mit dem Gewicht Q näherungsweise die größte Seilkraft. Das Seilgewicht beträgt q(s) = q = 10 N/m.

Geg.: Q = 5 kN, h = 400 m, $\ell_1$ = 400 m, $\ell_2$ = 500 m, f = 50 m.

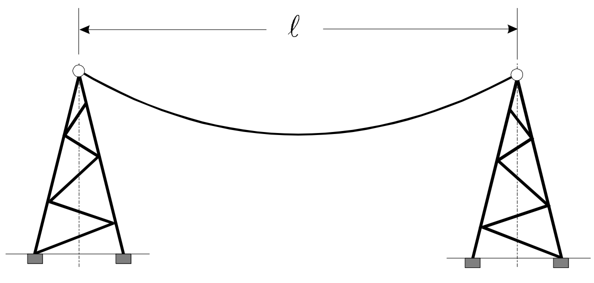
**Aufgabe 1-8**




Ein schweres Seil der Länge L mit konstantem laufenden Gewicht $q_0$ hängt zwischen zwei Masten mit dem Abstand $\ell$. Ermitteln Sie die Seilkurve *z(x)* und die Seilkräfte *S(x).* Stellen Sie für den Sonderfall $h_1 = h_2$ die maximale Seilkraft in Abhängigkeit von der Seillänge L dar.

Geg.: $q_0$, $h_1$, $h_2$, l, L

**Aufgabe 1-9**



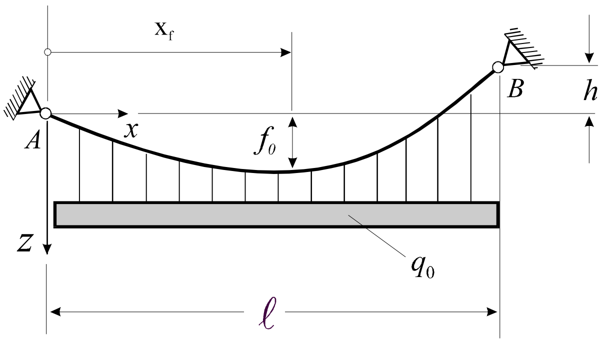

Zwischen zwei Masten soll ein Kabel mit einem konstanten Eigengewicht von q(s) = q befestigt werden. Bestimmen Sie:

a) den Durchhang f des Kabels sowie
b) die Kabellänge L.

Die maximale Seilkraft soll $S_{max}$ = 2250 N betragen.

Geg.: $\ell$ = 200 m, q = 10 N/m =konst.

**Aufgabe 1-10**

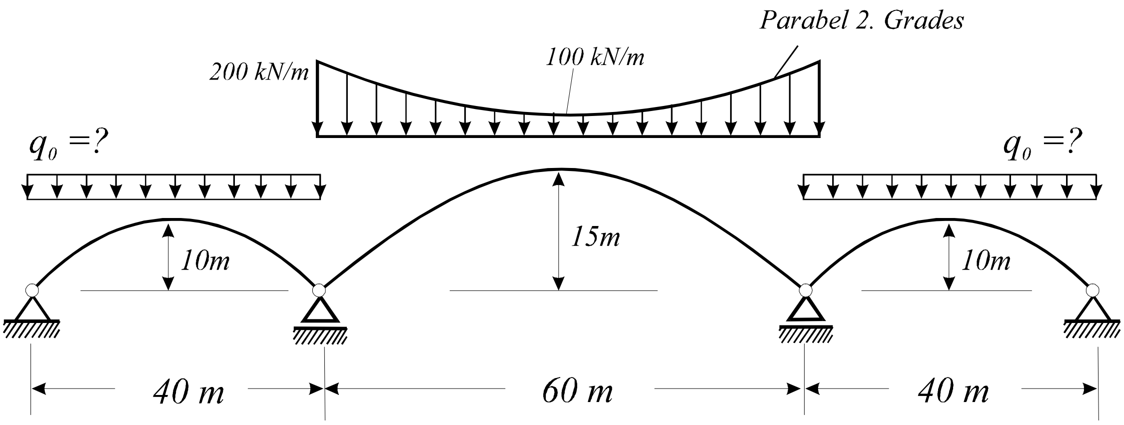



Das undehnbare Tragkabel einer Hängebrücke wird wie skizziert durch eine konstante Linienlast $q_0$ belastet. Die maximale Seilkraft beträgt $S = S_0$. Bestimmen Sie ohne Berücksichtigung des Eigengewichts:

1. die Seilkurve $z(x)$ und
2. den Ort und die Größe $f_0$ des maximalen Seildurchhangs

Geg.: $\ell$, $h$, $q_0$, $S_0$

**Aufgabe 1-11**



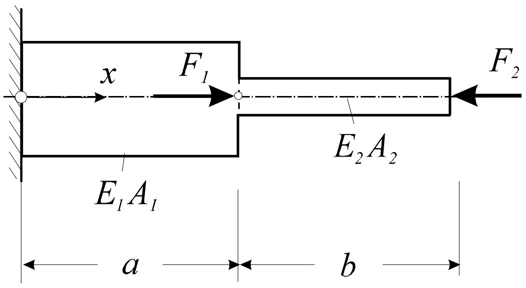

Für die oben skizzierte Bogenkonstruktion sind die Stützlinien für die Bogen zu konstruieren. Gesucht ist die Größe des Eigengewichtes der Außenbogen (wird näherungsweise als Gleichlast angesetzt), damit für die Gesamtkonstruktion eine Stützlinienwirkung eintritt.

**Fragen:**

1. Welches sind die kennzeichnenden Eigenschaften der Seile?
2. Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen für Seile?
3. Wie vereinfacht sich das Gleichungssystem für vertikal belastete Seile?
4. Woraus ergibt sich die Analogie zwischen der Seilkurve des vertikal belasteten Seiles einerseits und der Biegemoment-Zustandslinie bzw. der Biegelinie eines Trägers andererseits?
5. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Stützlinie eines Dreigelenkbogens und der Seilkurve eines in einer Ebene belasteten Seiles?
6. Welche Bedeutung hat die Stützlinie für statisch bestimmte Bogentragwerke?
7. Wie finden wir die Stützlinie eines Dreigelenkbogens? Von welchen Systemmerkmalen hängt die Stützlinie allein ab?

# 2 Reine Normalkraftbeanspruchung und gerade Biegung mit Normalkraft

**Aufgabe 2-1**



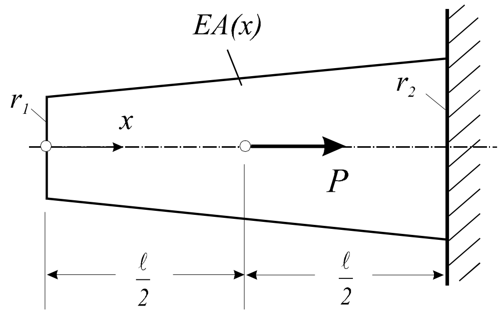

Ermitteln Sie für den skizzierten geraden Stab mit abschnittsweise veränderlichen Dehnsteifigkeiten:

a) die Kräfte in den einzelnen Stababschnitten,

b) das Verschiebungsfeld *u(x)*.

Geg.: $F_1$, $F_2$, a, b, $E_1A_1$,$E_2A_2$.

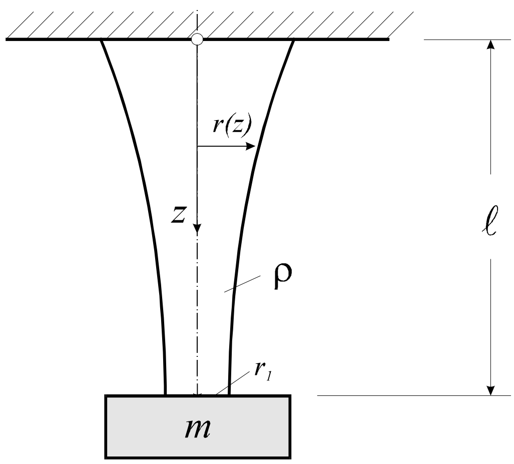
**Aufgabe 2-2**




Ermitteln Sie für den skizzierten geraden Stab der Länge $\ell$ mit veränderlichem Kreisquerschnitt *A(x)* die Verschiebung *u* an der Stelle x = 0.

Geg.: P, $r_1$, $r_2$, E, $\ell$.

**Aufgabe 2-3**



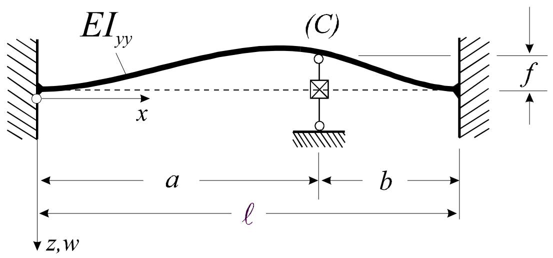

An einem schlanken Stab mit Kreisquerschnitt (Länge $\ell$, Dichte $\rho$) hängt ein Körper der Masse *m*.

a) Wie muß die Kontur des Stabes gewählt werden, damit an jeder Stelle des Stabes die gleiche Dehnung $\varepsilon_{zz}$ vorhanden ist?

b) Wie lautet die konstante Dehnung $\varepsilon_{zz}$, und wie groß ist die maximale Verschiebung des Stabes?

Geg.: $\ell, m, \rho, E, A_1$

**Aufgabe 2-4**




Der beidseitig eingespannte Träger wird gemäß Skizze mittels einer Presse am Punkt (C) um das Maß *f* angehoben. Ermitteln Sie:

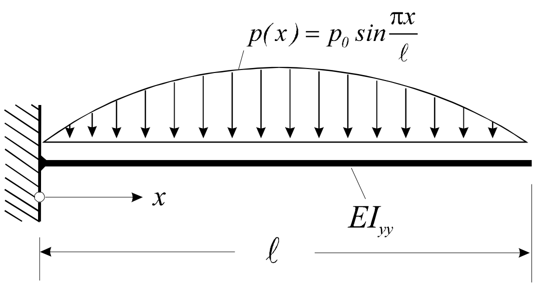
a) den Querkraftverlauf,

b) den Momentenverlauf,

c) die Biegelinie im Bereich $a \leq x \leq \ell$ .

<u>Geg</u>.: $EI_{yy}$, a, b, f.

**Aufgabe 2-5**




Ermitteln Sie für den skizzierten Kragträger:

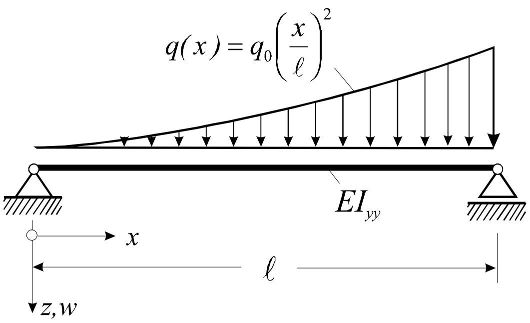
a) den Querkraftverlauf,

b) den Momentenverlauf,

c) die Biegelinie.

<u>Geg</u>.: E, $I_{yy}$, $\ell$ , $p_0$

**Aufgabe 2-6**




Ermitteln Sie für den skizzierten Kragträger

a) den Querkraftverlauf,

b) den Momentenverlauf,

c) die Biegelinie.

<u>Geg</u>.: E, $I_{yy}$, $\ell$ , $p_0$

**Aufgabe 2-7**

In der Übung erhielten Sie eine Zusammenstellung von Tragwerken der Stabstatik mit oft vorkommenden Belastungen. Überprüfen Sie die dort angegebenen Formeln für die elastische Biegelinie des Balkens.

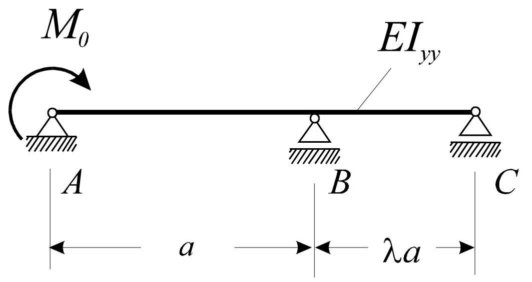
**Aufgabe 2-8**

Bestimmen Sie für die unten skizzierten Tragwerke den Grad der statischen Unbestimmtheit, und berechnen Sie anschließend sämtliche Schnittlasten. Für das System b) werden zusätzlich gesucht:

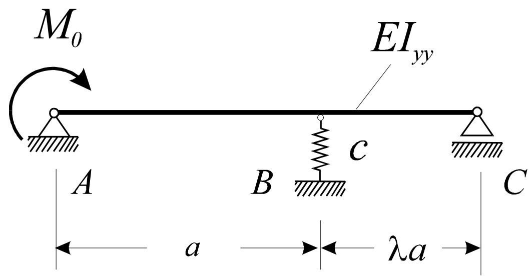
1) die Längenänderung der Feder und
2) der Biegewinkel am Auflager A.

Hinweis: Die Feder wurde im unbelasteten Zustand spannungslos eingebaut.

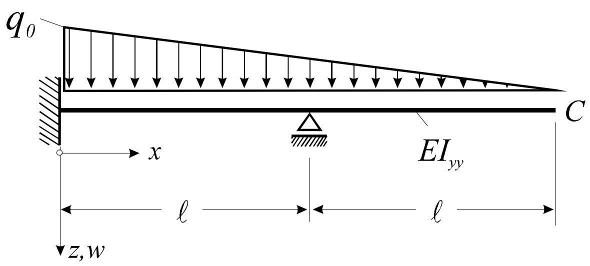
**System a)**




**System b)**




**Aufgabe 2-9**

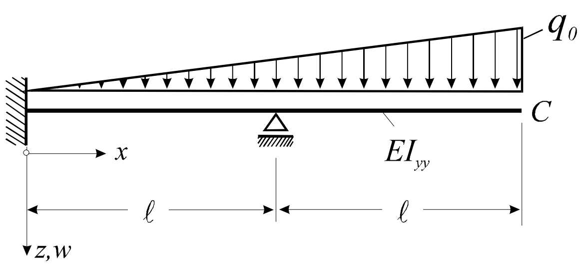



Ermitteln Sie für den skizzierten Träger

1. sämtliche Schnittlasten und
2. die Durchbiegung des Punktes $C$.

Geg.: $\ell$, $EI_{yy}$, $q_0$

**Aufgabe 2-10**

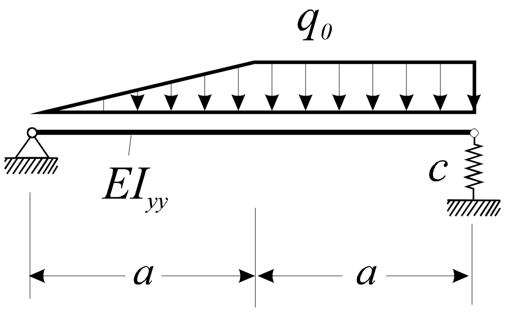



Ermitteln Sie für den skizzierten Träger

1. sämtliche Schnittlasten und
2. die Durchbiegung des Punktes $C$.

Geg.: $\ell$, $EI_{yy}$, $q_0$

**Aufgabe 2-11**



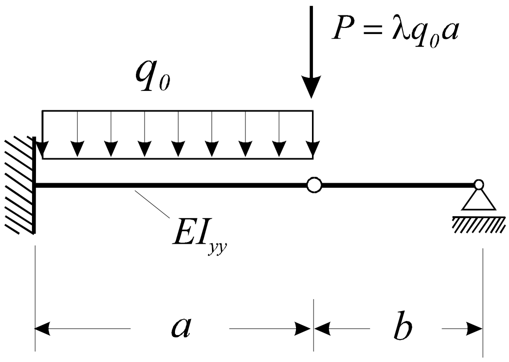

Bestimmen Sie durch Integration der DGL der elastischen Linie $EI_{yy}w''''(x) = q(x)$:

1. die Durchbiegung w(x)
2. sämtliche Schnittlasten

Die Biegesteifigkeit $EI_{yy}$ ist konstant.

Geg.: a, $q_0$, c, $EI_{yy}$

**Aufgabe 2-12**



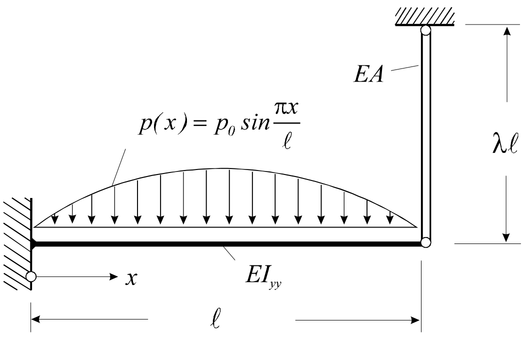

Bestimmen Sie durch Integration der DGL der elastischen Linie $EI_{yy}w''''(x) = q(x)$:

1. die Durchbiegung w(x)
2. sämtliche Schnittlasten

Die Biegesteifigkeit $EI_{yy}$ ist konstant.

Geg.: a, b, $q_0$, $\lambda$, $EI_{yy}$

**Aufgabe 2-13**

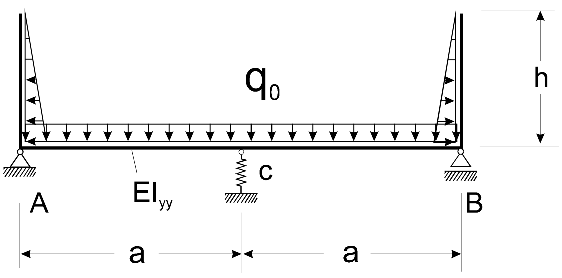



Ein einseitig eingespannter Stab der Länge $\ell$ mit konstanter Biegesteifigkeit $EI_{yy}$ wird durch eine sinusförmige Streckenlast belastet. An seinem rechten Ende ist ein elastischer Pendelstab (EA) angebracht.

Bestimmen Sie die Kraft im Pendelstab.

Geg.: $\ell$, $\lambda$, E, $I_{yy}$, A, $p_0$

**Aufgabe 2-14**

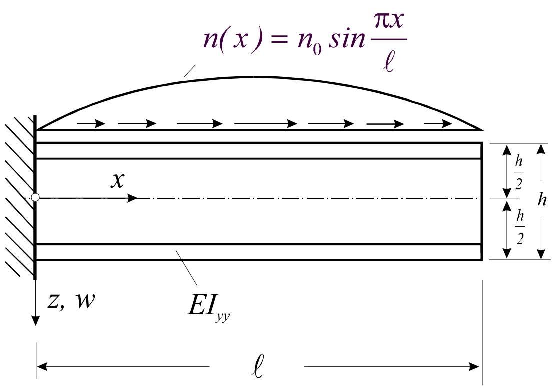



Bestimmen Sie für den Balkenabschnitt A-B die Gleichung der Biegelinie.

Geg.: a, h, $EI_{yy}$, c, $q_0$.

Hinweis: Nutzen Sie die Symmetrie des Systems.

**Aufgabe 2-15**




Der skizzierte Stahlträger mit der Höhe h wird durch eine sinusförmige Normalkraftschüttung

$$n(x) = n_0 \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

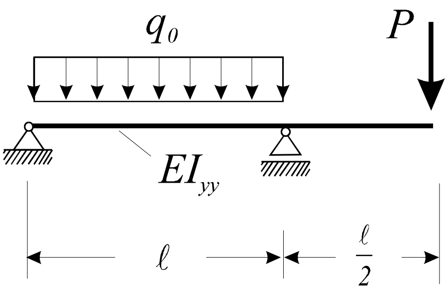
belastet. Ermitteln Sie die Gleichung der Biegelinie w(x).

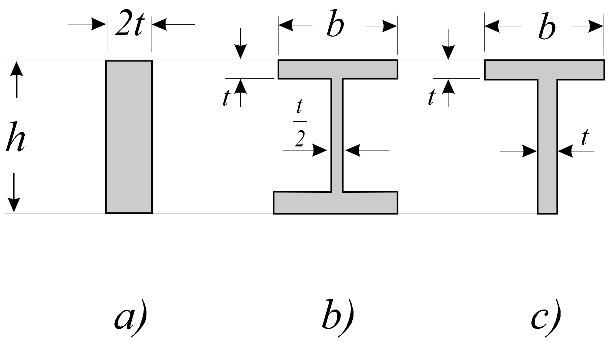
Geg.: $EI_{yy}$, $\ell$, h, $n_0$.

**Aufgabe 2-16**

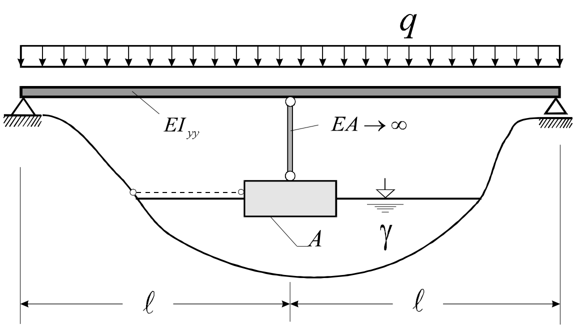
Bemessen Sie den dargestellten Träger auf Biegung für die gezeichneten Querschnitte und skizzieren Sie die Biegespannungen qualitativ über die Querschnittshöhe. Wie muß P gewählt werden, damit der Träger möglichst *gleichmäßig* ausgenutzt wird?

Geg.: $EI_{yy}, \ell, q_0, P, b, t, h.$



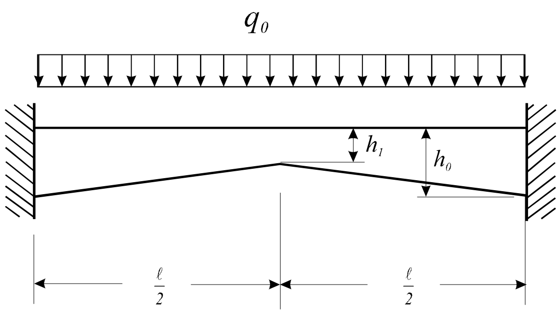

**Aufgabe 2-17**




Ermitteln Sie für die skizzierte Pontonbrücke über zwei Öffnungen der Spannweiten $\ell$ unter Gleichlast q den Biegemomentenverlauf und die Durchsenkung der Mittelstütze. Die Querschnittsfläche des Schwimmers ist A und γ bezeichnet das spezifische Gewicht der Flüssigkeit.

Geg.: q, $\ell$, $EI_{yy}$, A, γ.

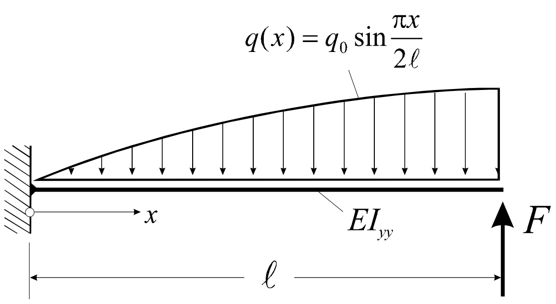
**Aufgabe 2-18**




Für den beidseitig eingespannten Träger mit konstanter Breite b und linear veränderlicher Querschnittshöhe h unter Gleichlast $q_0$ ist der Biegemomentenverlauf zu ermitteln. Untersuchen Sie insbesondere die Fälle $h_1 = h_0$ und $h_1 = 0$.

Geg.: $q_0$, b, $h_1$, $h_0$, $\ell$.

**Aufgabe 2-19**

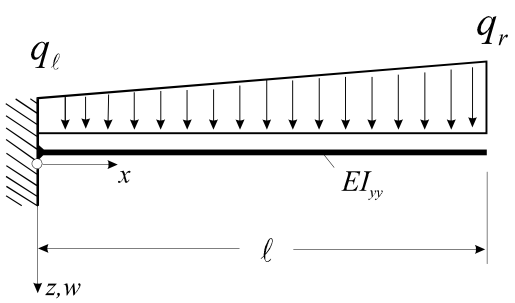



Ermitteln Sie für den skizzierten Träger die Last *F* am rechten Rand des Kragträgers so, daß die Durchbiegung am Stabende infolge der Gesamtbelastung *F* und *q(x)* verschwindet.

Hinweis: Verwenden Sie die „Tabellen“.

Geg.: F, q(x), $\ell$, $EI_{yy}$

**Aufgabe 2-20**

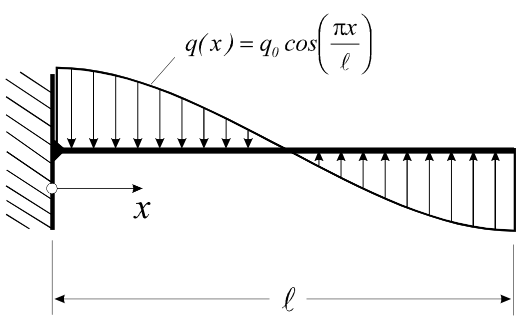



Ermitteln Sie für den skizzierten Kragträger

a) den Querkraftverlauf,
b) den Momentenverlauf,
c) die Biegelinie,
d) die Durchbiegung am Stabende.

Geg.: E, $I_{yy}$, $\ell$, $q_\ell$, $q_r$

**Aufgabe 2-21**

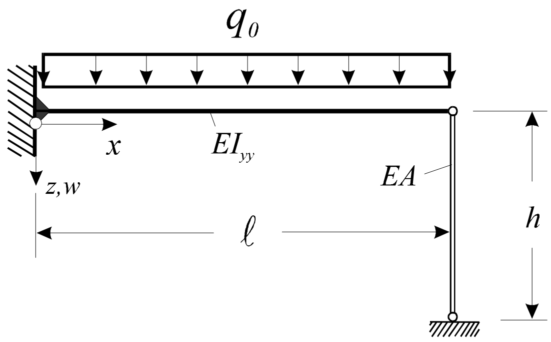



Ermitteln Sie für den skizzierten Kragträger

1. sämtliche Schnittlasten sowie
2. die Biegelinie w(x),
3. die maximale Durchbiegung.

Geg.: $\ell$, $q_0$, $EI_{yy}$

**Aufgabe 2-22**

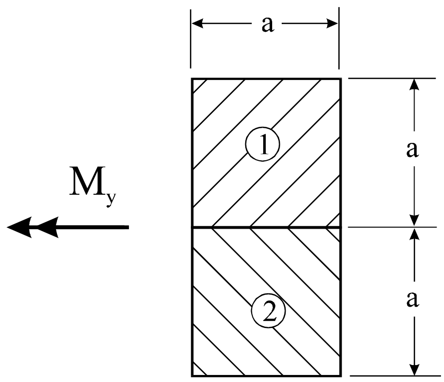



Bestimmen Sie für das skizzierte System die Verformungen und die Schnittlasten. Untersuchen Sie das Verhalten der Zustandsgrößen bei Änderung der Dehnsteifigkeit *EA* und hier insbesondere die Grenzzustände

1. $EA \to \infty$ (starres Auflager)
2. $EA \to 0$ (Kragarm)

Geg.: $q_0, \ell, EI_{yy}, A$ .

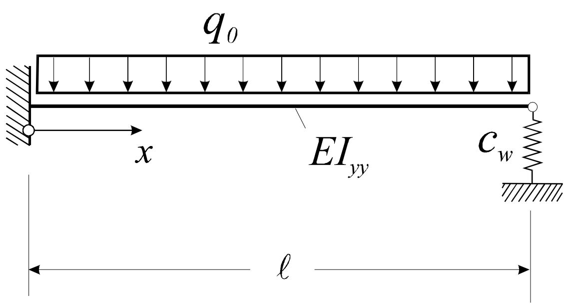
**Aufgabe 2-23**




Der skizzierte Verbundquerschnitt wird durch ein Biegemoment $M = 10\text{kNm}$ belastet. Ermitteln Sie den Verlauf der Biegespannungen über die Querschnittshöhe.

Geg.: $E_1 = 2E_2$, $a = 12\text{cm}$ .

**Aufgabe 2-24**



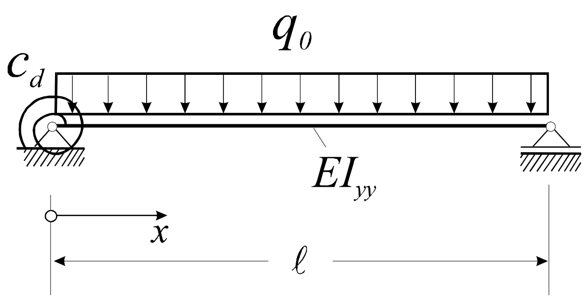

Bestimmen Sie durch Integration der DGL der elastischen Linie $EI_{yy} w''''(x) = q(x)$ :

1. die Durchbiegung w(x),
2. sämtliche Schnittlasten.

Die Biegesteifigkeit $EI_{yy}$ ist konstant.

Geg.: a, $q_0$, $c_w$, $EI_{yy}$

**Aufgabe 2-25**



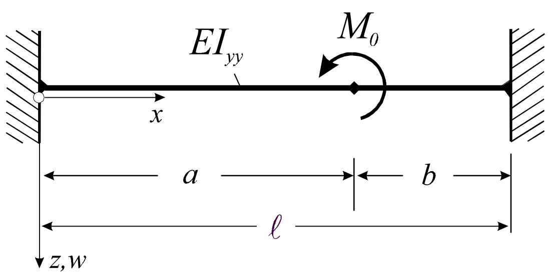

Bestimmen Sie durch Integration der DGL der elastischen Linie $EI_{yy}w''''(x) = q_0$:

1. die Durchbiegung w(x),
2. sämtliche Schnittlasten.

Die Biegesteifigkeit $EI_{yy}$ ist konstant.

Geg.: a, $q_0$, $c_d$, $EI_{yy}$

**Aufgabe 2-26**

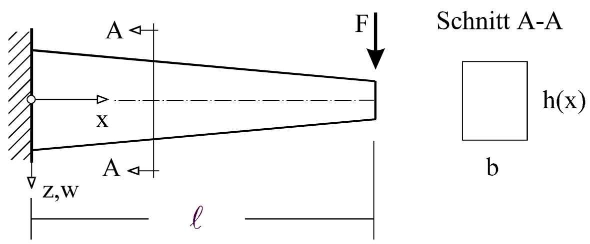



Der beidseitig eingespannte Träger wird gemäß Skizze durch ein eingeprägtes Moment $M_0$ belastet. Ermitteln Sie:

1. den Querkraftverlauf,
2. den Momentenverlauf,
3. die Biegelinie.

Geg.: $EI_{yy}$, a, b, $M_0$

**Aufgabe 2-27**

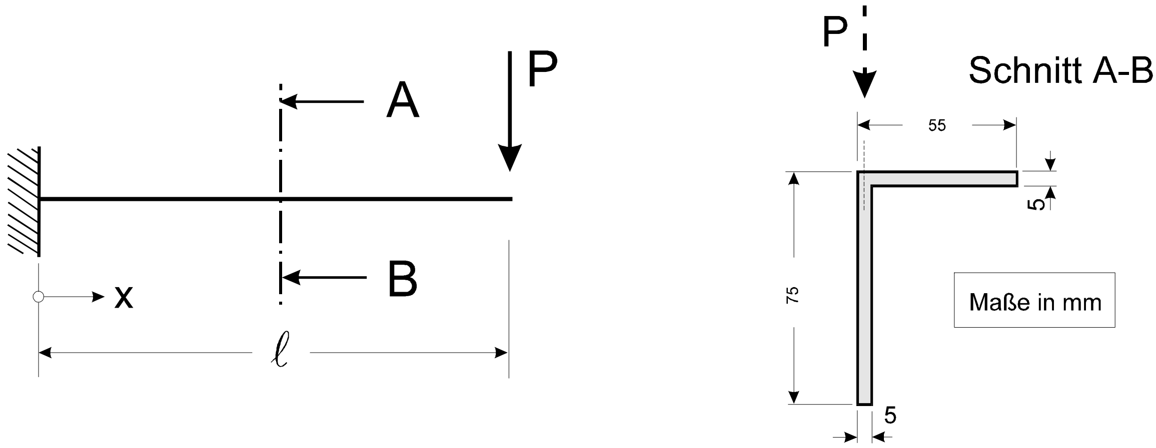



Für den skizzierten Träger sind sämtliche Schnittlasten und Verformungen zu bestimmen. Von besonderem Interesse ist die Verschiebung am Stabende.

Geg.: $\ell, h_\ell, h_r, b, E, F$

# 4 Schiefe Biegung mit Normalkraft

**Aufgabe 4-1**




Ermitteln Sie für den dargestellten Kragträger

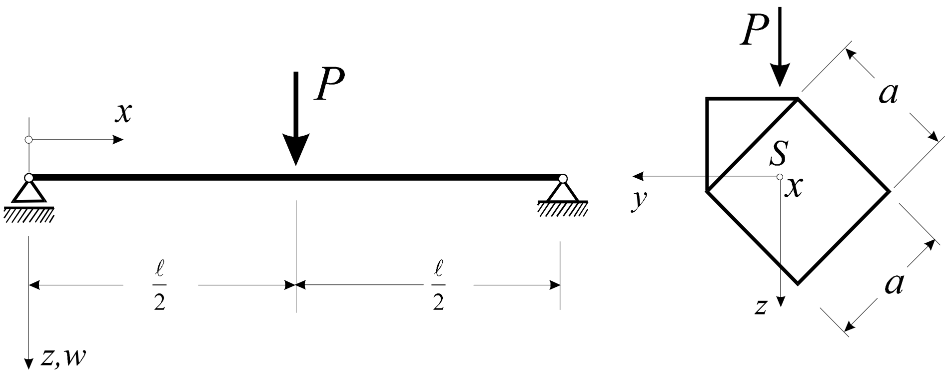
a) den Verlauf der Normalspannungen an der Einspannstelle,

b) die Lage der Spannungs-Nullinie und

c) die Verschiebung der Stabachse am Stabende.

Geg.: $\ell = 0{,}80m, P = 1kN$, $E = 2{,}1 \cdot 10^5\, MN / m^2$

**Aufgabe 4-2**



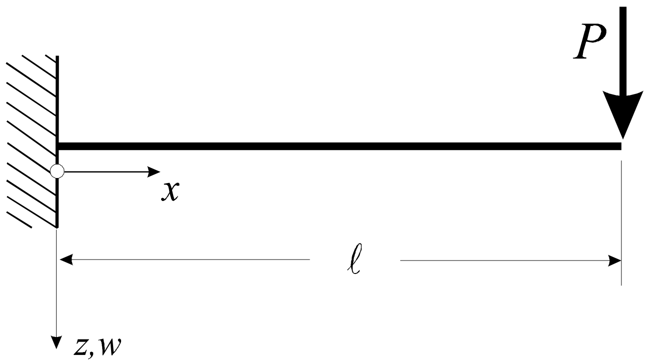

Ermitteln Sie für den skizzierten Kragträger der Länge $\ell$ mit Dreieck-Querschnitt

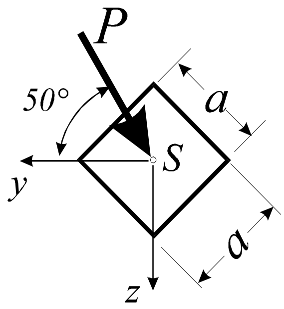
1. Die extremalen Normalspannungen

2. Die größte Durchbiegung *f*.

Geg.: E, P, $\ell$, a.

**Aufgabe 4-3**



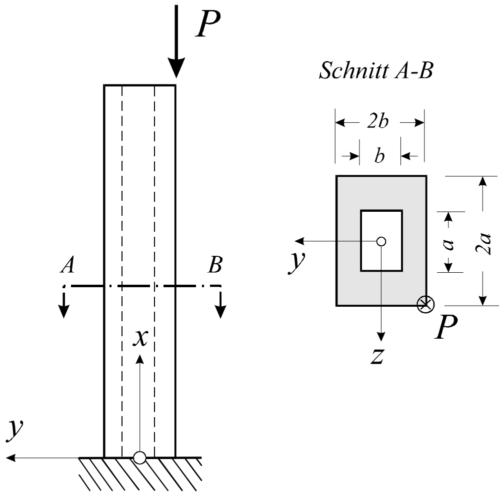

Ermitteln Sie für den skizzierten Kragträger der Länge $\ell$ mit quadratischem Querschnitt gemäß Skizze:

a) Die extremalen Normalspannungen und

b) Die größte Durchbiegung *f*.

Geg.: E, P, $\ell$, a.

**Aufgabe 4-4**

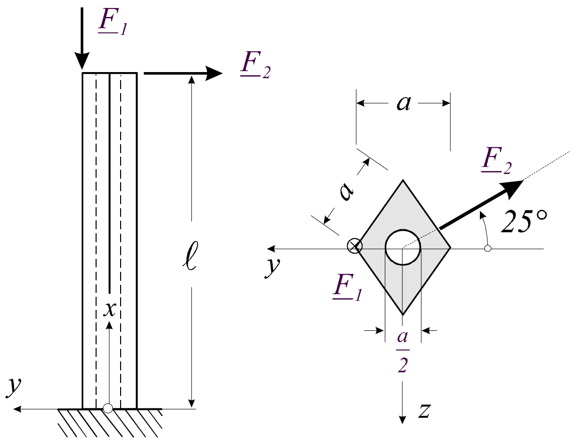



Ermitteln Sie für die mit der Kraft P belasteten Stütze mit Hohlquerschnitt die größten Druck- und Zugspannungen.

Geben Sie außerdem denjenigen Bereich an, in dem die Last P stehen müßte, damit der Querschnitt frei von Zugspannungen bleibt.

Geg.: a, b, P.

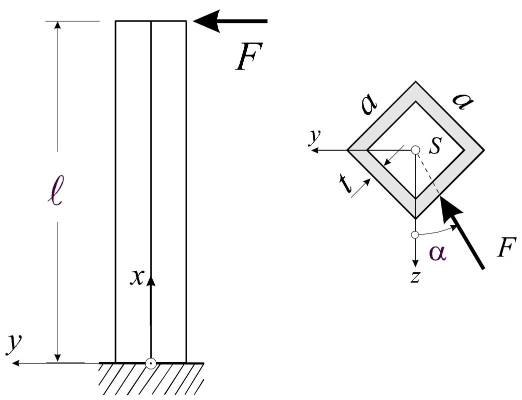
**Aufgabe 4-5**




Für den einseitig eingespannten Stab der Höhe $\ell$ mit Rautenquerschnitt und kreisförmiger Aussparung sind die maximalen Normalspannungen $\sigma_{xx}$ zu berechnen. Wo treten diese Spannungen auf ?
Berechnen Sie die Verschiebung des Endquerschnittes *($x = \ell$)*.

Geg.: $E, a, \ell = 20a, |\underline{F}_1| = |\underline{F}_2| = F$

**Aufgabe 4-6**

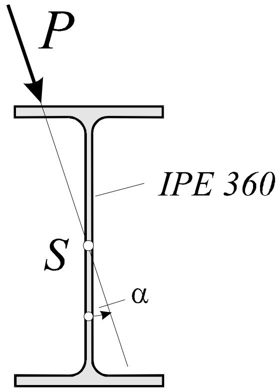



Ein eingespannter Mast mit dünnwandigem Profil (konstante Wandstärke *t*) wird entsprechend Skizze an seinem freien Ende durch eine Einzellast *F* belastet. Ermitteln Sie:

1. Die extremale Biegespannung und
2. die größte Durchbiegung *f*.

Geg.: E, F, a, t, $\ell, \alpha$ , t/a = 0.2

**Aufgabe 4-7**



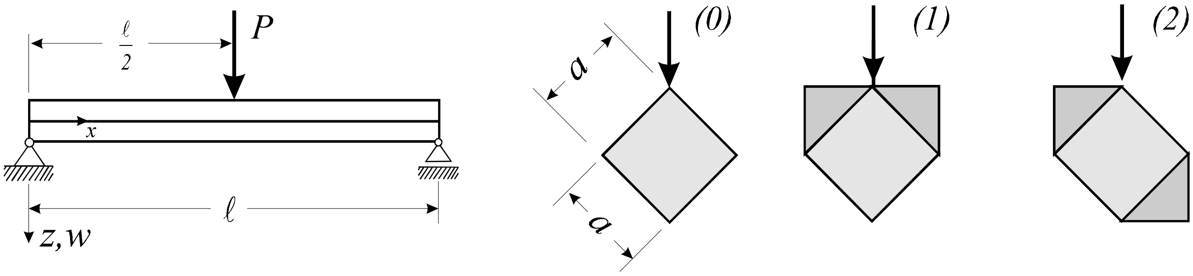

Für den skizzierten doppeltsymmetrischen Querschnitt sind die extremalen Normalspannungen $\sigma_{xx}$ im Querschnitt zu ermitteln. Die Lastebene ist um den Winkel $\alpha$ gegenüber der Vertikalen geneigt.

Geg.: PE 360 nach DIN 1025

h = 360 mm, b = 170 mm,

$I_{yy}$ = 16270 cm$^4$, $I_{zz}$ = 1040 cm$^4$, $\alpha = 1°$

**Aufgabe 4-8**

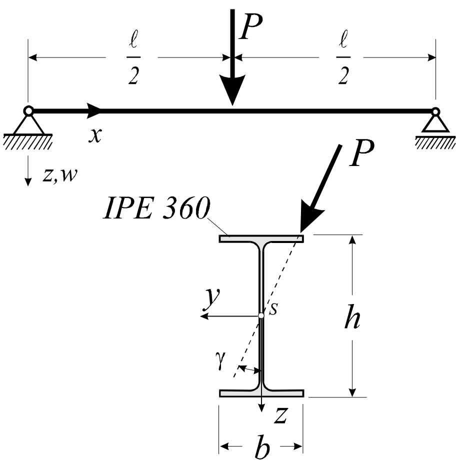



Um für den skizzierten Balken die extremalen Biegespannungen und die extremale Durchbiegung zu verringern, wird der Balkenquerschnitt auf der gesamten Länge verstärkt. Die Verstärkungselemente bestehen aus dem gleichen Werkstoff wie der Balken und werden auf den Kontaktflächen schubfest mit dem Balken verbunden.

Gesucht werden für die beiden skizzierten Anordnungen der Verstärkungen die maximale Biegespannung und die maximale Durchbiegung?

Geg.: $\ell$, a, E, P

**Aufgabe 4-9**




Ermitteln Sie für den Träger auf zwei Stützen mit doppeltsymmetrischem Querschnitt (IPE 360 nach DIN 1025)

a) die extremalen Normalspannungen

b) die größte Durchbiegung.

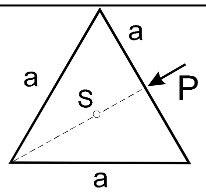
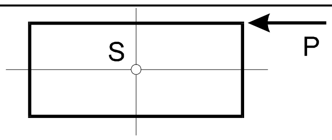
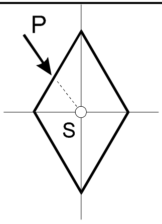
Geg.: $E = 2{,}1 \cdot 10^4\,\mathrm{kN/cm^2}$, P = 3 kN, $\gamma$ = 10°,

$\ell = 4\mathrm{m}$, h = 360 mm, b = 170 mm,

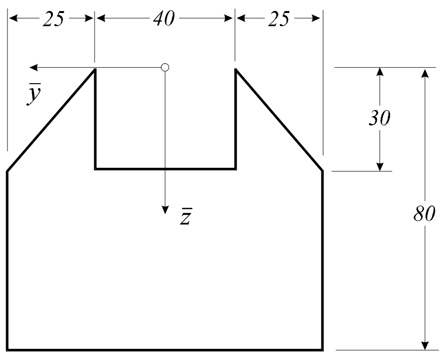
$I_{yy}$ = 16270 cm4, $I_{zz}$ = 1040 cm4

## Aufgabe 4-10

Kreuzen Sie für die gezeichneten Systeme alle richtigen Antworten an.

| System u. Belastung | Einfache Biegung | Schiefe Biegung | Torsion |
|---|---|---|---|
|  | ○ | ○ | ○ |
|  | ○ | ○ | ○ |
|  | ○ | ○ | ○ |

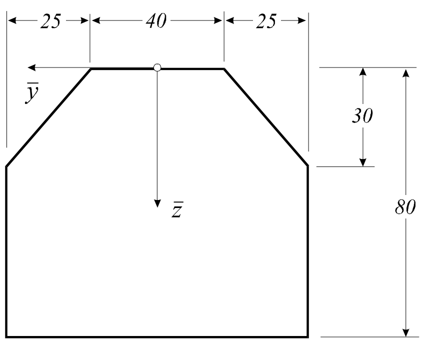
## Aufgabe 4-11




Ermitteln Sie den Kern des skizzierten Querschnitts.

Hinweis: Alle Maße in cm

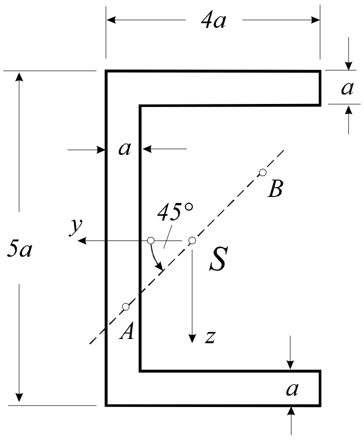
## Aufgabe 4-12




Ermitteln Sie den Kern des skizzierten Querschnitts.

Hinweis: Alle Maße in cm

**Aufgabe 4-13**

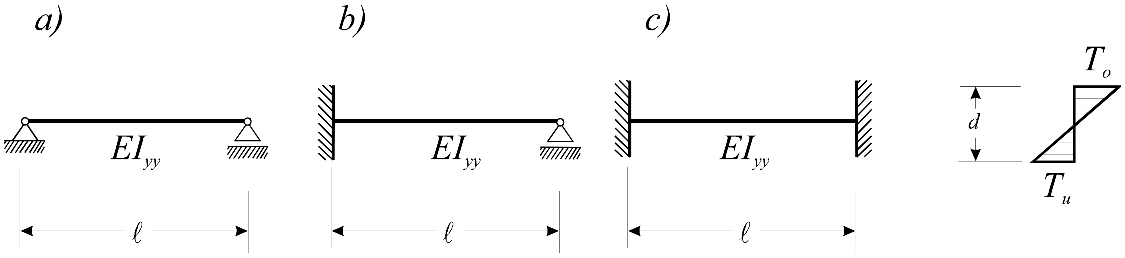



Ermitteln Sie den Kern des Querschnitts. Zwischen welchen Punkten *A*,*B* auf der skizzierten Geraden darf eine Einzellast angreifen, damit im Querschnitt nur Spannungen eines Vorzeichens auftreten?

Geg.: *a*

# 5 Temperaturbeanspruchung eines geraden Balkens

**<u>Aufgabe 5-1</u>**



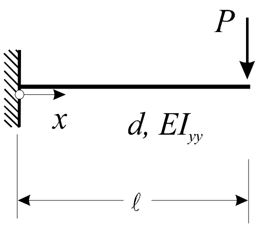

Die skizzierten Träger werden durch ein über die Dicke d linear verteiltes Temperaturfeld T(z) belastet. Ermitteln Sie:

a) die Biegelinie der Träger,

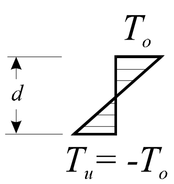
b) die Schnittlasten infolge der Temperaturbelastung.

<u>Geg</u>.: $EI_{yy}, \ell, d, T_o, T_u = -T_o$.

**<u>Aufgabe 5-2</u>**




*Temperaturverteilung über die Querschnittshöhe*

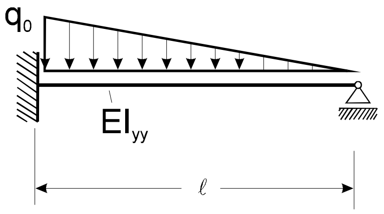


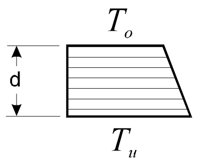

Ein Kragträger der Dicke *d* wird durch eine Einzellast *P* belastet. Die aus dieser Belastung resultierende <u>Stabendverschiebung</u> soll wieder rückgängig gemacht werden. Dazu wird der gesamte Stab mit dem links skizzierten Temperaturfeld *T(z)* belastet.

Bestimmen Sie die Temperatur $T_o$ so, daß die Stabendverschiebung $w(x=\ell)$ aus beiden Beanspruchungen verschwindet.

<u>Geg</u>.: d, $EI_{yy}$, P, $\ell$, $\alpha_t$.

**Aufgabe 5-3**




Ein Balken ist mit einer Dreieckslast belastet. Zusätzlich wird er ungleichmäßig erwärmt.

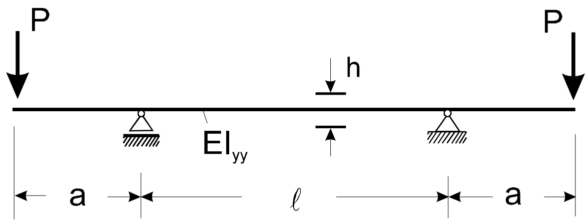
Ermitteln Sie:

a) Die Biegelinie und

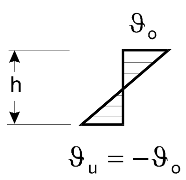
b) die maximalen Spannungen.

Geg.: $EI_{yy}$, $\alpha_t, T_o, T_u, \ell, q_0, d$.

**Aufgabe 5-4**




Temperaturverteilung über die Querschnittshöhe

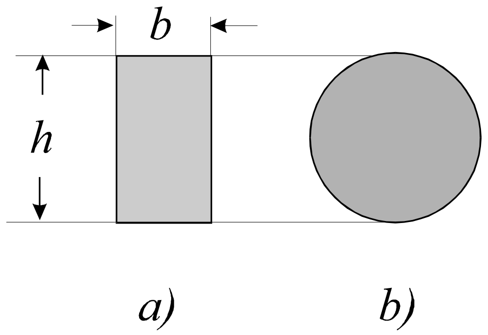



Der skizzierte Träger wird entsprechend nebenstehender Skizze durch Einzellasten P belastet. Aus dieser Belastung resultiert eine Verschiebung in Balkenmitte. Diese Verschiebung soll durch eine Temperaturbeanspruchung linear über die Querschnittshöhe h wieder rückgängig gemacht werden. Wie muß die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ gewählt werden, damit die resultierende Verschiebung in Balkenmitte verschwindet?

Geg.: a, $\ell$, h, $EI_{yy}$, P.

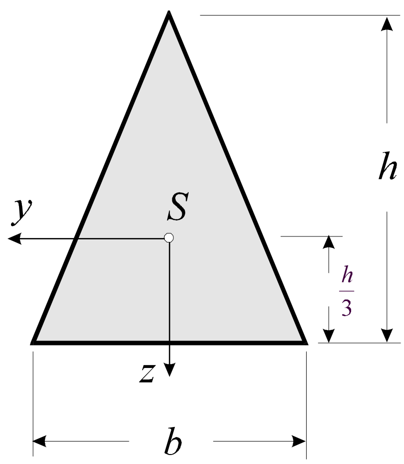
# 7 Abschätzung der Schubspannungen aus Querkraft

**Aufgabe 7-1**




1) Ermitteln Sie die Schubspannungsverteilung $\sigma_{xz}$ für einen durch eine Querkraft Q belasteten Balken bezüglich der angegebenen Balkenquerschnitte.
2) Tragen Sie die Schubspannungsverteilung über die Querschnitte qualitativ auf.

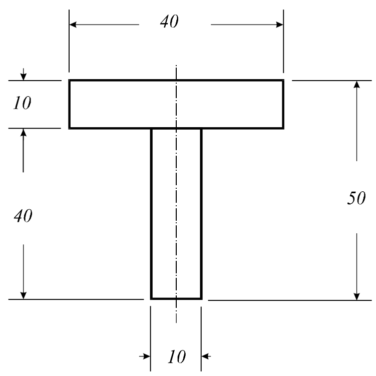
**Aufgabe 7-2**




1. Ermitteln Sie die Schubspannungsverteilung $\sigma_{xz}(z)$ für den durch eine Querkraft $Q_z$ belasteten Balken mit Dreieck-Querschnitt.
2. Tragen Sie die Schubspannungsverteilung qualitativ über den Querschnitt auf.

Geg.: $Q_z$, b, h

**Aufgabe 7-3**



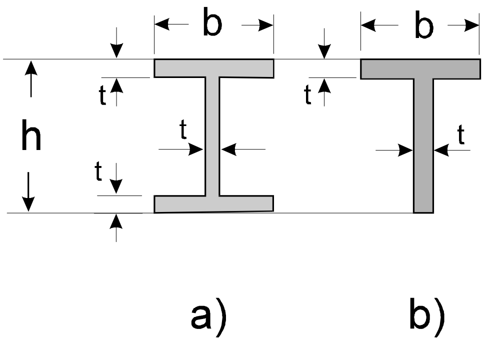

Der skizzierte Querschnitt wird durch ein Biegemoment $M_y$ und eine Querkraft $Q_z$ beansprucht. Ermitteln Sie:

1. die Normalspannungen $\sigma_{xx}$ und
2. die Schubspannungsverteilung $\sigma_{xz}$

Geg.: $M_y = 100 kNm; Q_z = 150 kN$

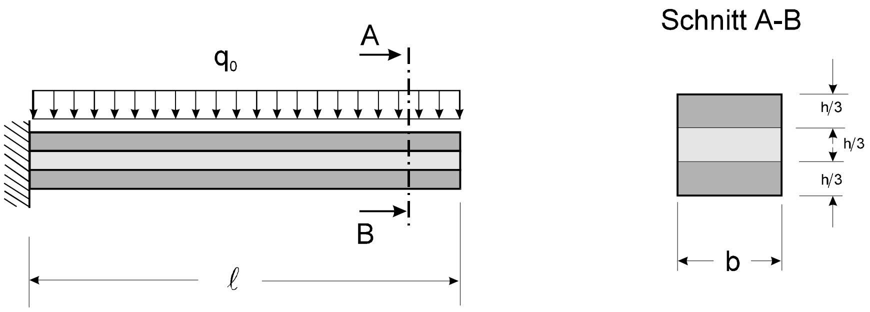
Alle Maße in cm

**Aufgabe 7-4**




1) Ermitteln Sie die Schubspannungsverteilung $\sigma_{xz}$ für einen durch eine Querkraft Q belasteten Balken bezüglich der angegebenen Balkenquerschnitte.
2) Tragen Sie die Schubspannungsverteilung über die Querschnittshöhen qualitativ auf.

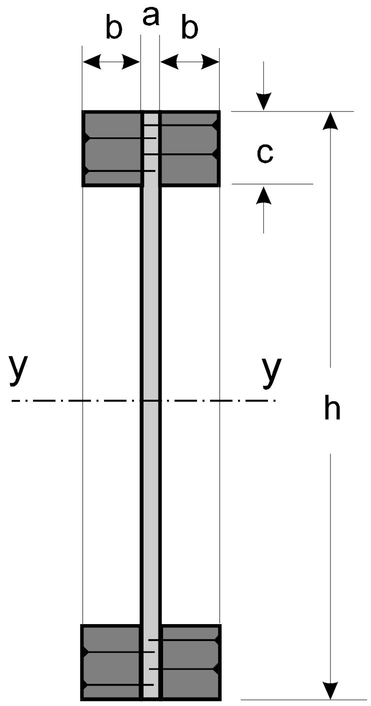
**Aufgabe 7-5**




Ein einseitig eingespannter Träger, der aus drei Rechteckquerschnitten der Breite b und der Höhe h/3 besteht, wird durch eine Gleichstreckenlast $q_0$ belastet.

1. Berechnen Sie die Biegelinie des Trägers für den Fall der ohne Verbund übereinanderliegenden Trägereinheiten und für den Fall, daß sie durch Bolzen schubfest miteinander verbunden sind.
2. Ermitteln Sie die zur Bemessung der Bolzen erforderliche Schubspannung in den Fugen zwischen den Trägereinheiten, und geben Sie die Schubspannungsverteilung über die Trägerlänge an. Geg.: $\ell, q_0, E, b, h$.

**Aufgabe 7-6**




Ein genagelter Vollwandträger aus einem Sperrholzsteg und Flanschhölzern 8/10 trägt als Balken auf zwei Stützen mit der Spannweite $\ell$ = 9m eine Gleichlast $q_0$.

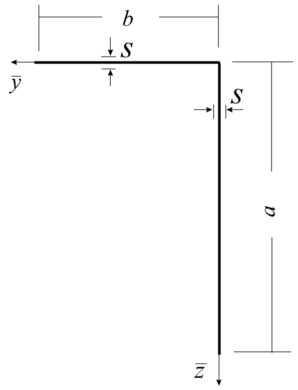
a) Wie groß darf $q_0$ höchstens sein, damit die Randspannung $zul\sigma_B$ = 10 MN/m$^2$ nicht überschritten wird?

b) Wieviel Nägel 42/100 sind pro m zum Anschluß jedes Flanschholzes erforderlich, wenn die Tragkraft eines einschnittig geschlagenen Nagels 620 N beträgt?

Geg.: a = 2,5 cm, b = 8cm, c = 10cm, h = 60cm

# 9 Der Schub aus Querkraft für dünnwandige Querschnitte, der Schubmittelpunkt

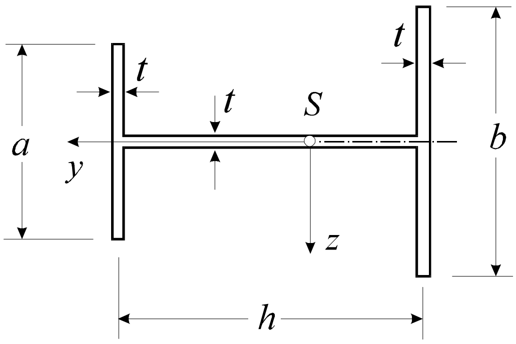
**Aufgabe 9-1**




Für den links dargestellten ungleichschenkligen Winkelstahl sind die Schubspannungen aus einer Querkraft $Q_z$ zu berechnen.

Geg.: a = 116 mm, b = 76 mm, s = 8 mm, $Q_z$ = 1,0 kN.

**Aufgabe 9-2**

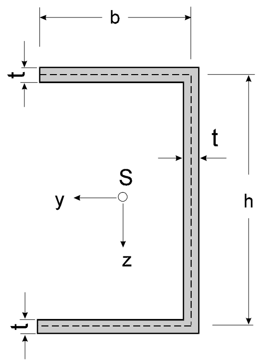



Ermitteln Sie für den dünnwandigen Querschnitt

1. den Schubfluß infolge einer Querkraft $Q_z$
2. die Lage des Schubmittelpunktes *M*.

Geg.: *a, b, h, t*

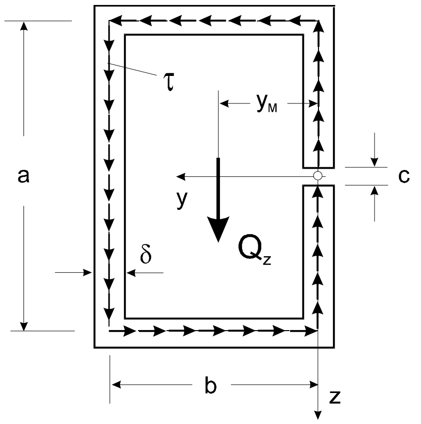
**Aufgabe 9-3**




Für den skizzierten dünnwandigen Querschnitt ist der Verlauf der Schubspannungen infolge einer Querkraft $Q_z$ zu ermitteln. Berechnen Sie außerdem die Lage des Schubmittelpunktes M.

Geg.: h,b,t

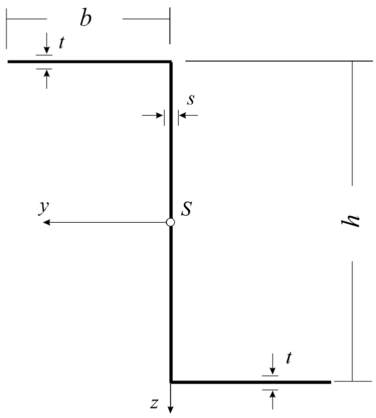
## Aufgabe 9-4




Bestimmen Sie für den links skizzierten einfach-symmetrischen Querschnitt die Lage des Schubmittelpunktes $y_M$. Die Resultierende der Schubspannnugen $\tau$ ist die Querkraft $Q_z$

<u>Geg</u>.: a, b, c, δ.

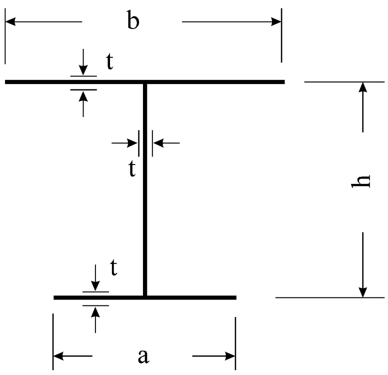
## Aufgabe 9-5




Für den links skizzierten dünnwandigen Querschnitt (Z-Stahl 120 nach DIN 1027) sind die Schubspannungen aus einer Querkraft $Q_z$ zu berechnen.

<u>Geg</u>.: h = 110 mm, b = 56 mm, s = 7mm,
t = 9mm, $Q_z$ = 1,0 kN.

## Aufgabe 9-6

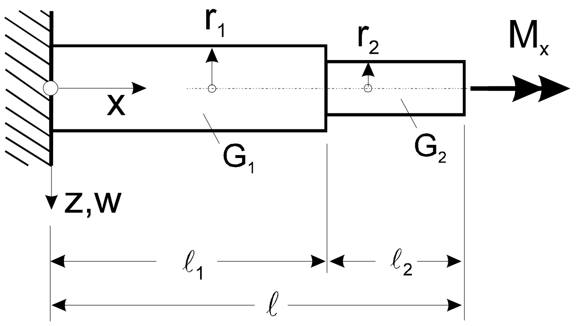



Für den skizzierten einfachsymmetrischen I-Querschnitt sind die Schubspannungen aus einer Querkraft $Q_z$ zu berechnen.

<u>Geg</u>.: a,b, h, t

# 10 Der kreiszylindrische Stab unter Torsionsbeanspruchung

**Aufgabe 10-1**




Der einseitig eingespannte Balken mit zwei verschiedenen Vollkreisquerschnitten wird am rechten Stabende durch ein Torsionsmoment $M_x$ belastet. Ermitteln Sie:

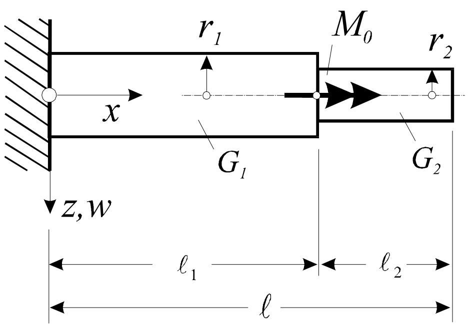
a) Den Torsionswinkel $\vartheta$ bei $x = \ell$.

b) Die Schubspannungen in den beiden Querschnitten.

Geg.: $M_x$, $G_1$, $G_2$, $r_1$, $r_2$, $\ell_1$, $\ell_2$

---

**Aufgabe 10-2**




Der einseitig eingespannte Balken mit zwei verschiedenen Vollkreisquerschnitten wird bei $x = \ell_1$ durch ein Torsionsmoment $M_0$ belastet. Ermitteln Sie:

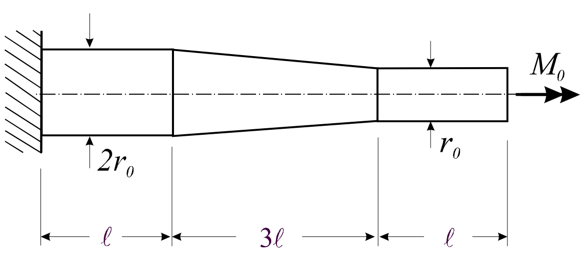
a) Den Torsionswinklel $\vartheta_x$ bei $x = \ell$.

b) Die Schubspannungen in den beiden Querschnitten.

Geg.: $M_0$, $G_1$, $G_2$, $r_1$, $r_2$, $\ell_1$, $\ell_2$

---

**Aufgabe 10-3**




Der skizzierte Stab mit Kreisquerschnitt besteht aus *2* Bereichen mit konstantem Radius und einem konischen Bereich. Gesucht ist die Verdrehung des Endquerschnittes $\vartheta_E$ infolge eines Torsionsmomentes $M_0$.

Geg.: $r_0$, $\ell$, $G$, $M_0$

# 11Torsion dünnwandiger Querschnitte

**Aufgabe 11-1**

Ein Stab der Länge $\ell$ mit dem skizzierten dünnwandigen Hohlquerschnitt wird an beiden Enden durch ein Torsionsmoment $M_t$ belastet. Ermitteln Sie

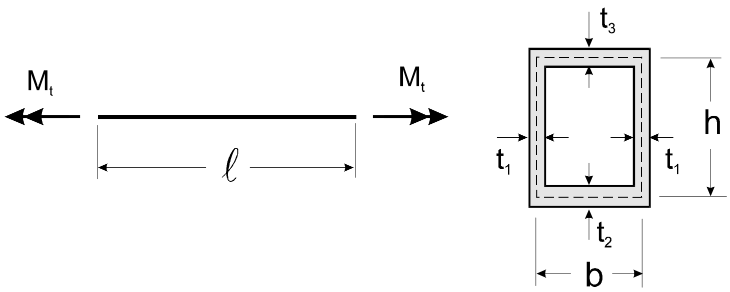
a) den Schubfluß sowie

b) die maximale Schubspannung.

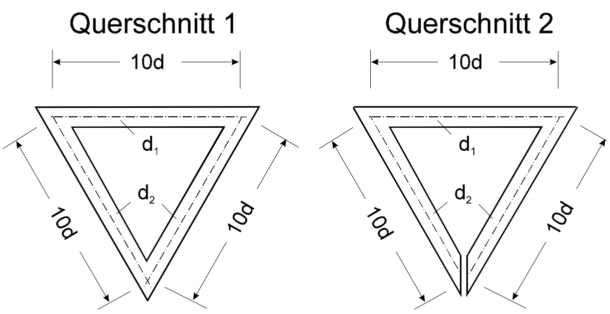
c) Um welchen Winkel $\vartheta$ verdrehen sich die Stabenden gegeneinander?

Geg.: $b = 10$ cm, $h = 16$ cm, $\ell = 5$ m, $t_1 = 0{,}5$ cm,$t_2 =$ 1 cm, $t_3 = 2$ cm, $M_x = 3$ kNm,

$G = 0{,}8 \cdot 10^4 \,\text{kNcm}^{-2}$.



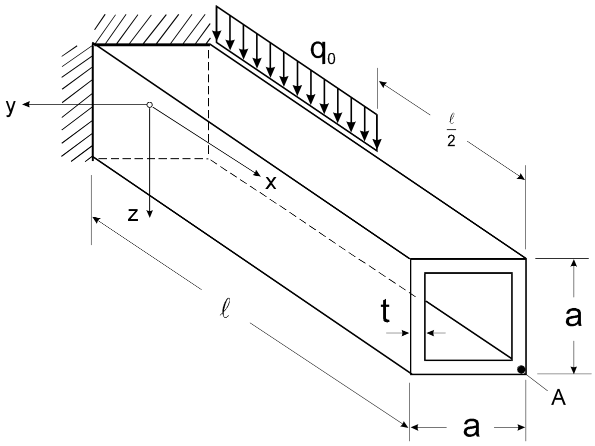

**Aufgabe 11-2**




In welchem Verhältnis stehen die maximalen Schubspannungen und die Drillungen bei dem skizzierten geschlossenen (Index 1) und dem geschlitzten (Index 2) dünnwandigen Dreiecksquerschnitt?

Geg.: d, $d_1$, $d_2$ ,E,G.

**Aufgabe 11-3**

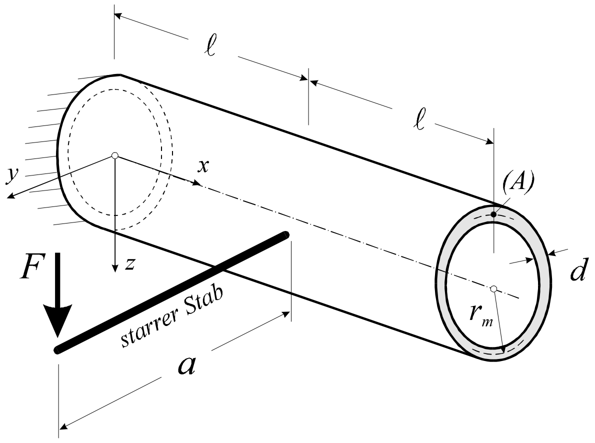



Ein Kragbalken mit dünnwandigem Hohlquerschnitt wird gemäß Skizze durch eine Streckenlast $q_0$ belastet.

Ermitteln Sie den Verschiebungsvektor $\underline{u}_A = u_A\,\underline{e}_x + v_A\underline{e}_y + w_A\underline{e}_z$ des Punktes A.

Geg.: $q_0, a, t, \ell, E, G.$

**Aufgabe 11-4**

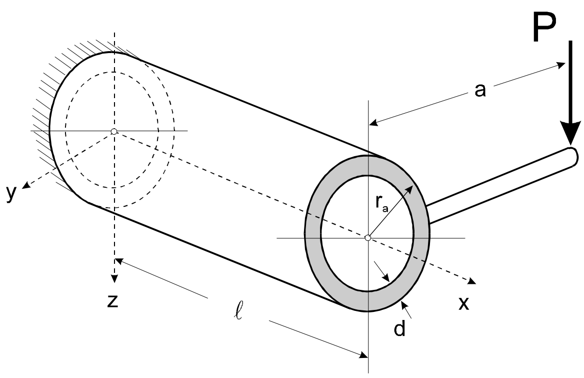



Das links eingespannte dünnwandige Rohr mit dem mittleren Durchmesser $r_m$ und der Wandstärke $d$ wird wie skizziert durch eine exzentrisch angreifende Einzellast $\underline{F} = F\underline{e}_z$ belaste. Ermitteln Sie:

1. Die Verschiebung des Lastangriffspunktes,
2. Die Verschiebung des Punktes $A$.

Geg.: $E, G = E/2, F, \ell, a, r_m, d$

**Aufgabe 11-5**

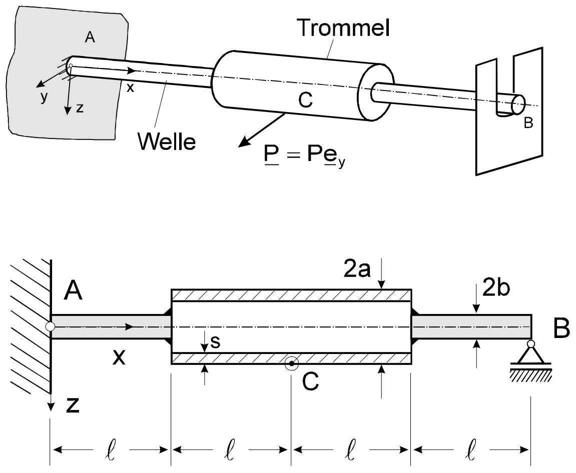



Bestimmen Sie für den skizzierten Belastungsfall die Wanddicke d des Rohres so, daß die zulässige Hauptspannung $\sigma_h$ nicht überschritten wird. Die Schubspannungen aus Querkraft sind bei der Ermittlung der Hauptspannung nicht zu berücksichtigen, sondern nachträglich nachzuweisen.

Geg.: P=10 MN, $\ell = 80$ cm, a = 69 cm,

$r_a$ = 10 cm, zul $\sigma_h = 10\,\mathrm{kN/cm^2}$.

## Aufgabe 11-6




Eine Seiltrommel mit der Wandstärke s und dem Außenradius a ist gemäß Skizze durch die mit der Trommel fest verbundenen Welle in A und B gelagert. Ermitteln Sie für die angegebene Belastung:

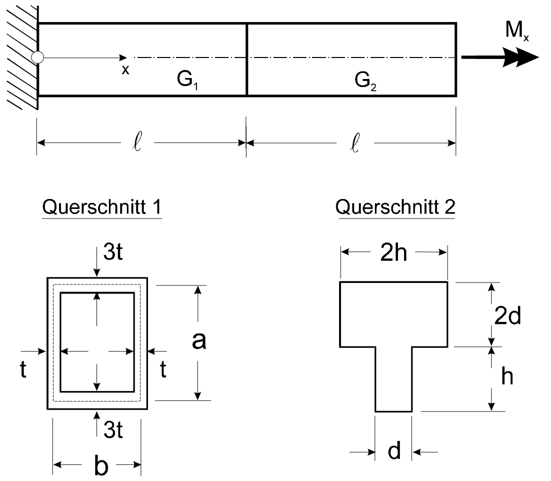
a) Die maximalen Schubspannungen aus Torsion in beiden Querschnitten,

b) die Drillungen in beiden Querschnitten,

c) den Torsionswinkel $\vartheta$ am Auflager B.

Geg.: P, $\ell$, a, b, s, G.

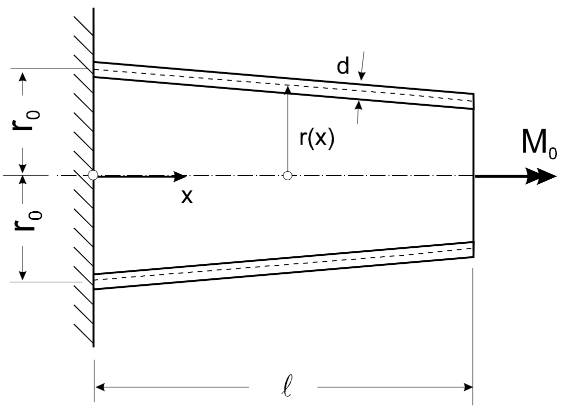
## Aufgabe 11-7




Ein zusammengesetzter Stab, bestehend aus einem dünnwandigen Rechteck und einem T-Träger, ist durch ein Torsionsmoment $M_x$ belastet. Bestimmen Sie den Querschnittsdrehwinkel am Momentenangriffspunkt und die maximale Schubspannung an der Einspannstelle.

Geg.: $G_1$, $G_2$, $M_x$, a, b, t, h, d, $\ell$

## Aufgabe 11-8




Bestimmen Sie für den einseitig eingespannten konischen Kreisring der Dicke *d*, der durch ein Torsionsmoment $M_0$ belastet ist, den Grundradius $r_0$ so, daß der Enddrehwinkel $\vartheta(\ell) = \varphi_0$ ist.

Geg.: $M_0$, *d*, *G* (Schubmodul), $\ell$, $\varphi_0$,

$$r(x) = \frac{r_0}{2}(2 - x/\ell) .$$